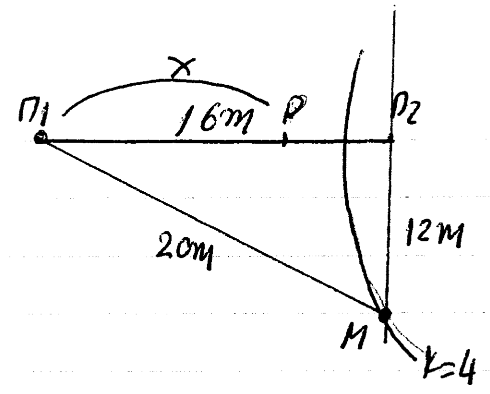
$\lambda = \upsilon / f = 2m$



12.3.52 Α) $A' = 2A = 0,10m$

Β) $\Pi_2 M = \sqrt{\Pi_1 M^2 - \Pi_1 \Pi_2^2} = 12m$

$A_M = \left| 2A\, \sigma\upsilon\nu\, 2\pi \frac{\Pi_1 M - \Pi_2 M}{2\lambda} \right| = 0,10m$

$\Pi_1 M - \Pi_2 M = 8m = 4 \cdot 2 = 4\lambda$

Άρα το Μ ανήκει στην 4η υπερβολή ενίσχυσης δεξιά της μεσοκαθέτου

$\upsilon_{M,max} = \omega A_M = 10\pi \cdot 0,10 \Rightarrow \upsilon_{M,max} = 3,14\, m/s$

Γ) Μεταξύ Μ και μεσοκαθέτου υπάρχουν άλλες τρεις υπερβολές ενίσχυσης $(k=1,2,3)$

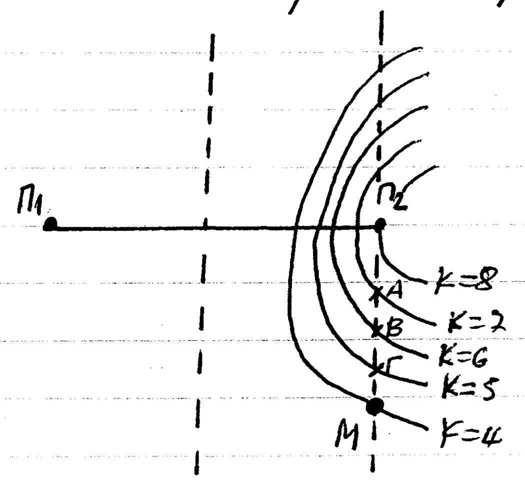
Δ) Για να βρούμε πόσα σημεία ενίσχυσης έχουμε μεταξύ Μ και Π2 πρέπει κατ' αρχή να βρούμε πόσες υπερβολές ενίσχυσης υπάρχουν μεταξύ της μεσοκαθέτου και Π2. Όσες είναι αυτές οι υπερβολές τόσα θα είναι τα σημεία της Π2Μ που θα έχουμε ενίσχυση. Συγκεκριμένα θα έχουμε ενίσχυση εκεί που οι υπερβολές αυτές τέμνουν την Π2Μ

$\Pi_1 P - \Pi_2 P = k\lambda \Rightarrow x - (16 - x) = k2$

$\Rightarrow x = k + 8, \quad 8 < x \leq 16 \Rightarrow 8 < k + 8 \leq 16$

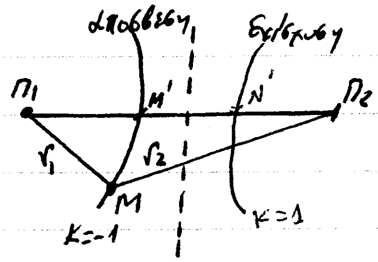
$\Rightarrow 0 < k \leq 8$

$\Rightarrow k = 1,2,3,4,5,6,7,8$



Άρα μεταξύ Π2 και Μ πάνω στην Π2Μ υπάρχουν άλλα τρία σημεία ενίσχυσης $(k = 5, 6, 7)$

12.3.53 Α) Το Μ ανήκει στην 1η υπερβολή απόσβεσης αριστερά της μεσοκαθέτου $(k=-1)$



$r_1 - r_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 0,40 - 0,60 = -1 \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 0,4m$

$\upsilon = \lambda f \Rightarrow f = 5Hz$ κ' $\omega = 10\pi\, rad/s$

Β) $\left.\begin{array}{l} \Pi_1 M' - \Pi_2 M' = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Pi_1 M' - \Pi_2 M' = -1\frac{\lambda}{2} \\ \Pi_1 N' - \Pi_2 N' = k\lambda \Rightarrow \Pi_1 N' - \Pi_2 N' = 1\lambda \end{array}\right\} +$

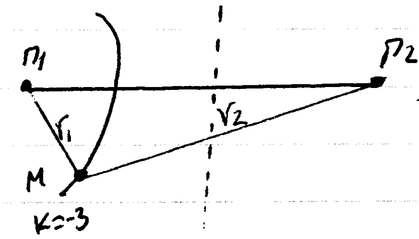
$2(M'N') = 3\lambda/2 \Rightarrow N'N' = 0,3m$

Γ) $\Pi_1 M - \Pi_2 M = k\lambda' \Rightarrow -0,2 = k\,\upsilon/f' \Rightarrow f' = -10k$ (προσοχή $k<0$)

$f'_{min} = 10Hz$ (για $k=-1$), $\Delta f_{min} = f' - f = +5Hz$

12.3.54. $\omega = 20\pi \Rightarrow f = 10Hz$, $\upsilon = 2 m/s = \lambda f \Rightarrow \lambda = 0,2 m$

A) $r_1 - r_2 = 0,4 - 1 = -0,6 = -3\lambda$



Το Μ έχει πλάτος ταλάντωσης $A_M = 2A = 0,04 m$
και βρίσκεται στη 3η υπερβολή ενίσχυσης
αριστερά της μεσοκαθέτου ($k=-3$)

B) μεταξύ Μ και μεσοκαθέτου υπάρχουν
άλλες δύο (2) υπερβολές ενίσχυσης

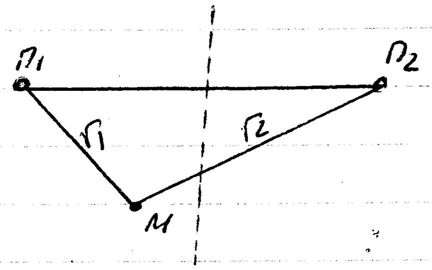
Γ) $D = m\omega^2 = 4 N/m$, $E_M = \frac{1}{2}DA^2 = 32 \cdot 10^{-4} J$, $U_M = \frac{1}{2}Dy^2 = 18 \cdot 10^{-4} J$
$K_M = E_M - U_M \Rightarrow K_M = 14 \cdot 10^{-4} J$

Δ) $y_M = -0,04\,ημ(20\pi t - 7\pi)$ ή $y_M = 0,04\,ημ(20\pi t - 6\pi)$ (SI).
Συμβολή έχουμε όταν $t \geq \frac{Π_2 M}{\upsilon}$ ή $t \geq 0,5 s$
Όταν ο φελλός διέρχεται από τη θέση ισορροπίας
$0,04 = -0,04\,ημ(20\pi t - 6\pi)$ ή $ημ(20\pi t - 6\pi) = \pm 1$ ή $20\pi t - 6\pi = k\pi + \frac{\pi}{2}$
$\Rightarrow 20\pi t = k\pi + 6,5\pi$ ή $t = \frac{k+6,5}{20} \geq 0,5$ ή $k \geq 3,5$, $k_{min} = 4$.

άρα $t = \frac{k+6,5}{20} = \frac{4+6,5}{20}$ ή $t = 0,525 s$

E) $\upsilon_{M,max} = \omega A_M \Rightarrow \upsilon_{M,max} = 20\pi \cdot 0,04 \Rightarrow \upsilon_{M,max} = 0,8\pi\, m/s$ ή $\upsilon_{M,max} = 2,512\, m/s$

12.3.55 $\lambda = \frac{\upsilon}{f} = 0,1 m$, εξίσωση ταλάντωσης
κάθε πηγής $y_Π = 0,02\,ημ(20\pi t)$



A) $r_1 - r_2 = 0,3 - 0,6 = -3 \cdot \lambda$
Το Μ είναι στην $k=-3$ υπερβολή ενίσχυσης
άρα $A_M = 2A$ ή $A_M = 0,04 m$

B) $\Delta\varphi = 2\pi \frac{|r_2 - r_1|}{\lambda} = 2\pi \frac{0,3}{0,1}$ ή $\Delta\varphi = 6\pi$ (βλ. 12.3.52)

Γ) $y_M = -0,04\,ημ(20\pi t - 9\pi)$ ή $y_M = 0,04\,ημ(20\pi t - 8\pi)$
Το Μ παρουσιάζει καθυστέρηση φάσης έναντι των
πηγών (μετά τη συμβολή) κατά $\Delta\varphi' = 8\pi$.

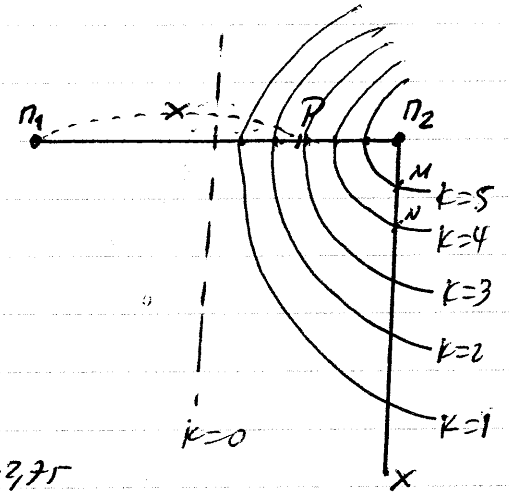
Δ) $r_1' = 0,4 m$ $r_2' = 0,6 m$.
Δ.1) $y_N = 0,04\,ημ(20\pi t - 10\pi)$. Άρα το Ν [illegible]
φασικά των πηγών κατά $\Delta\varphi'' = 10\pi$

Δ.2) $y_M = 0{,}04\,ημ(20πt - 8π) \xrightarrow{t_1} +0{,}01 = 0{,}04\,ημ(20πt_1 - 8π)$

$\Rightarrow ημ(20πt_1) = 1/4$ (1)

$y_N = 0{,}04\,ημ(20πt_1 - 10π) = 0{,}04\,ημ(20πt_1) \xrightarrow{(1)} y_N = 0{,}01\,m$.

12.3.56.



$T = 0{,}25s \Rightarrow f = 4Hz$, $ω = 8π \frac{rad}{s}$

$υ = 4 m/s = λf \Rightarrow λ = 1m$

Α) Είναι ευθεία τα σημεία δια οποία οι υπερβολές ενίσχυσης οι δεξιά της μεσοκαθέτου τέμνουν την $Π_2x$. Αν Ρ σημείο ενίσχυσης

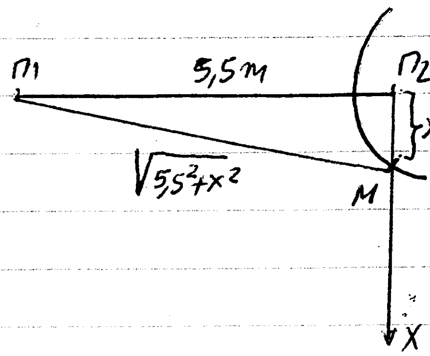
$Π_1Ρ - Π_2Ρ = kλ \Rightarrow x - (5{,}5 - x) = k \cdot 1 \Rightarrow x = 0{,}5k + 2{,}75$

$2{,}75 < x \leq 5{,}5 \Rightarrow 2{,}75 < 0{,}5k + 2{,}75 \leq 5{,}5$

$\Rightarrow 0 < k \leq 5{,}5 \Rightarrow k = 1, 2, 3, 4, 5$. Άρα δεξιά της μεσοκαθέτου υπάρχουν 5 υπερβολές ενίσχυσης που τέμνουν την $Π_2x$ σε 5 σημεία που είναι σημεία ενίσχυσης και έχουν πλάτος $A' = 0{,}04m$.

Β) Το σημείο Μ ανήκει στην $k=5$ υπερβολή ενίσχυσης

$Π_1Μ - Π_2Μ = 5λ$ ή $\sqrt{5{,}5^2 + x^2} - x = 5 \cdot 1$



$\Rightarrow x = 0{,}525\,m$

$Π_2Μ = 0{,}525m$ και $Π_1Μ = 5{,}525m$

Γ) $υ_{max} = ωA_M = 8π \cdot 0{,}04 \simeq 1 m/s$

Δ.1) $Π_1Ν - Π_2Ν = 4λ$ ή $Π_1Ν - Π_2Ν = 4m$

$Π_2Ν = 1{,}78125m$ και $Π_1Ν = 5{,}78125m$

Δ.2) $y_M = 0{,}04\,ημ(8πt - 5{,}05π)$

$y_N = 0{,}04\,ημ(8πt - 7{,}5625π)$

$Δφ_{MN} = 2{,}5125π$

12.3.57. $T = 0{,}2s \Rightarrow f = 5Hz$, $λ = υ/f = 4m$

Α) Σωστή η πρόταση Α.2. $ΠΜ = \sqrt{ΠΣ^2 + ΣΜ^2} = 30m$

$ΠΜ - ΣΜ = 12m = 3λ$ άρα το Μ ανήκει στην 3η υπερβολή ενίσχυσης ($k=3$) δεξιά της μεσοκαθέτου

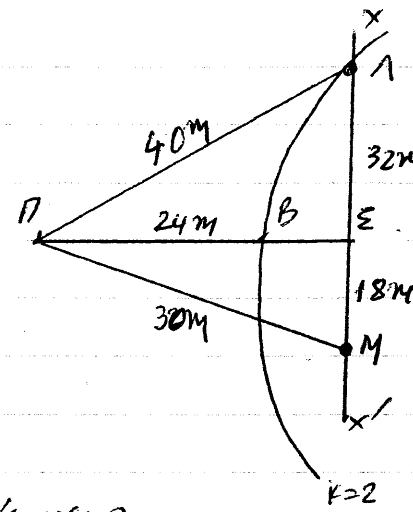
$A_M = 2A = 0{,}04\,m$.

B1) $\Pi\Lambda=\sqrt{\Pi\Sigma^2+\Sigma\Lambda^2}=40m$

$\Pi\Lambda-\Sigma\Lambda=40-32=8m=2\lambda$

άρα το Λ ανήκει στη 2η υπερβολή ενίσχυσης ($k=2$) δεξιά της μεσοκαθέτου

$A_\Lambda=2A=0{,}04m$



B2) $\Pi B-\Sigma B=2\lambda$ ή $\left.\begin{array}{l}\Pi B-\Sigma B=8\\ \Pi B+\Sigma B=24\end{array}\right\}\Rightarrow$

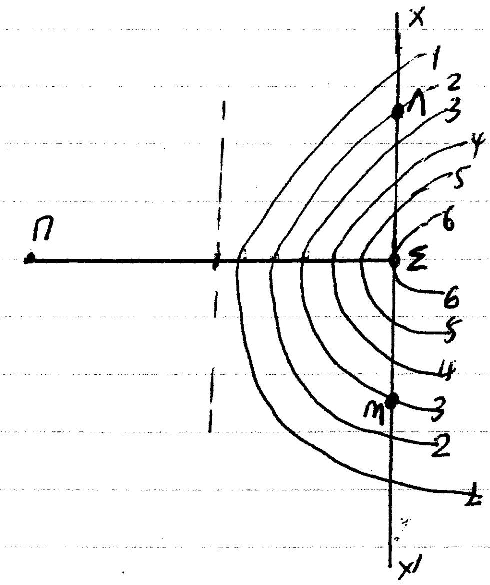
$\Rightarrow$ $\Pi B=16m$ και $\Sigma B=8m$.

Γ) Αρχικά βρίσκουμε πόσες υπερβολές ενίσχυσης είναι δεξιά της μεσοκαθέτου. Έστω σημείο Ρ της ΠΣ, ($\Pi P=x$) που βρίσκεται σε υπερβολή ενίσχυσης, $\Pi P-\Sigma P=k\lambda$ ή

$x-(24-x)=k\lambda=k\cdot 4$ ή $x=2k+12$. Θέλουμε $12<x\leq 24$

... $0<k\leq 6$, $k=1,2,3,4,5,6$. Με λίγη προσοχή φαίνεται ότι η $k=6$ διέρχεται από το Σ.

Παρατηρούμε ότι μεταξύ Μ και Λ υπάρχουν άλλα έξι (6) σημεία ενίσχυσης και επτά (7) σημεία απόσβεσης



Δ) $\Pi M-\Sigma M=30-18=(2k+1)\frac{\lambda'}{2}$

$\Rightarrow 12=(2k+1)\frac{\upsilon}{2f'} \Rightarrow f'=(2k+1)\frac{30}{24}$

ή $f'=(2k+1)\frac{5}{6}\,Hz$ ($k=0,1,2,\ldots$)

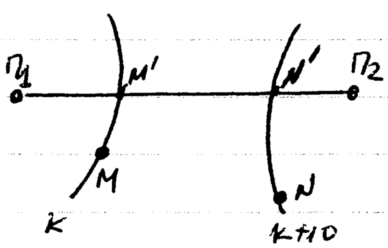
12.3.58

A) $\Pi_1M-\Pi_2M=k\lambda \Rightarrow 9-15=k\lambda$ ή $k\lambda=-6$ (1)

$\Pi_1N-\Pi_2N=(k+10)\lambda$ ή $18-4=k\lambda+10\lambda \overset{(1)}{}$

$14=-6+10\lambda$ ή $\lambda=2m$

$f=\frac{\upsilon}{\lambda}$ ή $f=5Hz$. κ' $\omega=10\pi\, rad/s$



B) $\Pi_1M'-\Pi_2M'=k\lambda$

$\Pi_1N'-\Pi_2N'=(k+10)\lambda$

$2(M'N')=10\lambda \Rightarrow (M'N')=5\lambda$ ή $(M'N')=10m$

Γ) $(1)\Rightarrow k\cdot 2=-6 \rightarrow k=-3$ και $k+10=7$.

$Π_1M' - Π_2M' = -3\cdot λ = -6$
$Π_1N' + Π_2N' = Π_1Π_2 = 20$ $\Bigg\}$ $Π_1M' = 7m$, $Π_2M' = 13m$, και $Π_1N' = 17m$.

Έστω σημείο P ($Π_1P = x$) της $M'N'$ που έχουμε απόσβεση

$Π_1P - Π_2P = (2k+1)\frac{λ}{2} \Rightarrow x-(20-x) = (2k+1)\frac{2}{2} \Rightarrow x = k+10,5$

Θέλουμε $7 \le x \le 17 \Rightarrow 7 \le k+10,5 \le 17$ ή $-3,5 \le k \le 6,5$

άρα $k = -3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6$ δηλαδή μεταξύ M', N' υπάρχουν 10 σημεία με απόσβεση.

Δ) $ψ_{M'} = 2A συν 2π\frac{Π_1M'-Π_2M'}{2λ} ημ\left(ωt - 2π\frac{Π_1M'+Π_2M'}{2λ}\right) \Rightarrow$

$ψ_{M'} = 0,2 συν3π ημ(10πt-10π)$ ή $ψ_{M'} = -0,2ημ(10πt-10π) \Rightarrow$

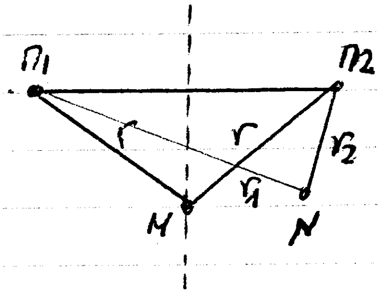
$\Rightarrow ψ_{M'} = 0,2ημ(10πt-9π)$

Ε) $Π_1M - Π_2M = (2k+1)\frac{λ'}{2} \Rightarrow 9-15 = (2k+1)\frac{v}{2f'} \Rightarrow f' = -(2k+1)\frac{10}{12}$

$(k = -1, -2, \dots)$

Για $k=-1$ $f' = \frac{10}{12}$ Hz.

12.3.59 (βλ. 12.3.7)



Α) Σωστή η πρόταση (σ)

$ψ_{1M} = 0,4ημ(100πt - \frac{2πr}{λ})$

$ψ_{2M} = 0,4ημ(100πt + π - \frac{2πr}{λ}) \Rightarrow$

$\Rightarrow ψ_{2M} = -0,4ημ(100πt - \frac{2πr}{λ})$

$ψ_M = ψ_{1M} + ψ_{2M} = \dots = 0 \quad \forall (t,r)$. δηλαδή το Μ είναι συνεχώς ακίνητο

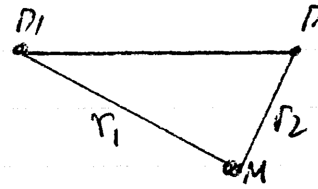
Β1) (βλ. 12.3.7)

$ψ_N = ψ_{1N} + ψ_{2N} \Rightarrow ψ_N = 2A συν\left(2π\frac{r_1-r_2}{2λ} + \frac{π}{2}\right) ημ\left(ωt - 2π\frac{r_1+r_2}{2λ} + \frac{π}{2}\right)$

Β.2) Αν $r_1 - r_2 = (2k+1)\frac{λ}{2}$ (προσοχή!) ενίσχυση
Β.3) Αν $r_1 - r_2 = kλ$ απόσβεση $\Bigg\} \Rightarrow k = 0, \pm1, \pm2$.

12.3.60 Α) $\omega=100\pi \Rightarrow f=50Hz$

$\upsilon=\lambda f \Rightarrow \lambda=0,2m$



Β) $y_{1M}=0,05\,\eta\mu(100\pi t+\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi r_1}{\lambda})$

$y_{2M}=0,05\,\eta\mu(100\pi t-\frac{2\pi r_2}{\lambda})$

$$y_M=y_{1M}+y_{2M}=0,10\,\sigma\upsilon\nu\left(-\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi r_1}{2\lambda}-\frac{2\pi r_2}{2\lambda}\right)\eta\mu\left(100\pi t-2\pi\frac{r_1+r_2}{2\lambda}+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow y_M=0,10\,\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda}-\frac{\pi}{4}\right)\eta\mu\left(100\pi t-2\pi\frac{r_1+r_2}{2\lambda}+\frac{\pi}{4}\right)$$

Για να παραμένει το Α συνεχώς ακίνητο πρέπει το πλάτος A_M να είναι μηδέν

$A'_M=0 \Rightarrow \left|0,10\,\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda}-\frac{\pi}{4}\right)\right|=0$ ή $2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda}-\frac{\pi}{4}=\kappa\pi+\frac{\pi}{2}$ ή

$2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda}=\kappa\pi+\frac{3\pi}{4}$ ή $r_1-r_2=\kappa\lambda+\frac{3\lambda}{4}$ ή $r_1-r_2=(4\kappa+3)\lambda/4$

Γ) Για να έχουμε μέγιστο πλάτος $A_M=0,10m$ πρέπει

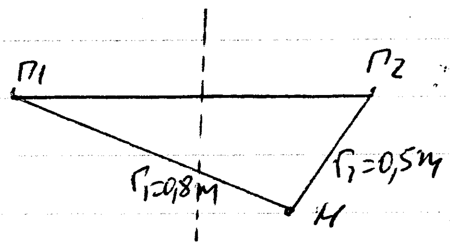
$\left|0,10\,\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda}-\frac{\pi}{4}\right)\right|=0,10$ ή $\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda}-\frac{\pi}{4}\right)=\pm1$

ή $2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda}-\frac{\pi}{4}=\kappa\pi \Rightarrow r_1-r_2=(4\kappa+1)\frac{\lambda}{4}$

Δ) $A_N=\left|0,10\,\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda}-\frac{\pi}{4}\right)\right|=\left|0,10\,\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{31/60}{2\cdot0,2}-\frac{\pi}{4}\right)\right| \Rightarrow$

$\Rightarrow A_N=\left|0,10\,\sigma\upsilon\nu\left(\frac{31}{12}\pi-\frac{\pi}{4}\right)\right|=0,05m \Rightarrow A_N=0,05m.$

12.3.61 $\omega=100\pi \Rightarrow f=50Hz$



$\upsilon=5m/s=\lambda f \Rightarrow \lambda=0,1m$

$A_{max}=A_1+A_2=0,05m$ (Β, 12.3.6)

Β.1) $t_1=\frac{r_1}{\upsilon}=0,16s$ } συμβολή έχουμε
$t_2=\frac{r_2}{\upsilon}=0,10s$ } για $t\geq0,16s$

Β.2) $y_{1M}=0,02\,\eta\mu(100\pi t-16\pi)$ } Εδώ θα εργαστούμε με την
$y_{2M}=0,03\,\eta\mu(100\pi t-10\pi)$ } αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων

Τη χρονική στιγμή $t=361/400\,s$ το Μ αν εκτελούσε ταλαντώσεις από κάθε κύμα ξεχωριστά θα είχε απομακρύνσεις

$y_{1M}=0,014m$ και $y_{2M}=0,021m$. Άρα $y_M=0,035m$

Γ) $y_{1Λ}=0{,}02ημ(100πt-\frac{2πr}{λ}) \Rightarrow y_{1Λ}=0{,}02ημ(100πt-14π)$

$y_{2Λ}=0{,}03ημ(100πt-\frac{2πr}{λ}) \Rightarrow y_{2Λ}=0{,}03ημ(100πt-14π)$

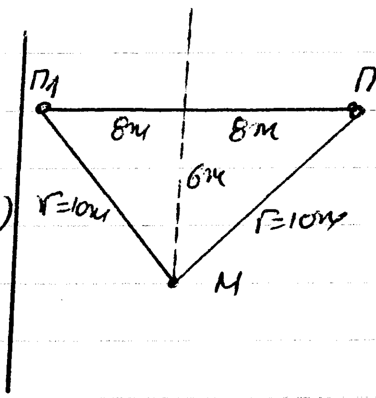
$y_Λ=y_{1Λ}+y_{2Λ} \Rightarrow y_Λ=0{,}05ημ(100πt-14π)$

$\to υ_Λ=5π\,συν(100πt-14π) \xrightarrow{t=\frac{121}{300}s} υ_Λ=2{,}5π=7{,}85\ m/s$

Σχόλιο. Το ερώτημα (Β.2) απαντάται αν βρούμε την $y_M(t)$

$y_M(t)=y_{1M}+y_{2M}=0{,}02ημ(100πt-16π)+0{,}03ημ(100πt-10π) \Rightarrow$

$\Rightarrow y_M=0{,}05ημ(100πt)$ για $t \geq 0{,}16\ s$.



12.3.62 $ω=100π\ rad/s \Rightarrow f=50\ Hz$

$υ=100\ m/s \Rightarrow λ=2m$

Α) $φ=0$, $y_1=y_2=0{,}05ημ(100πt)$

$y_{1M}=0{,}05ημ(100πt-\frac{2π\cdot10}{2}) \Rightarrow y_{1M}=0{,}05ημ(100πt-10π)$

$y_{2M}=0{,}05ημ(100πt-10π)$

$y_M=y_{1M}+y_{2M}=0{,}10ημ(100πt-10π)$

Α.1) $A_M=0{,}10m$ ... $(Π_1M-Π_2M=0=κ\cdot λ)$

Α.2) $υ_M=\pm ω\sqrt{A_M^2-y_M^2} \Rightarrow υ_M=\pm100π\sqrt{0{,}10^2-0{,}06^2} \Rightarrow υ_M=\pm8π\ m/s$

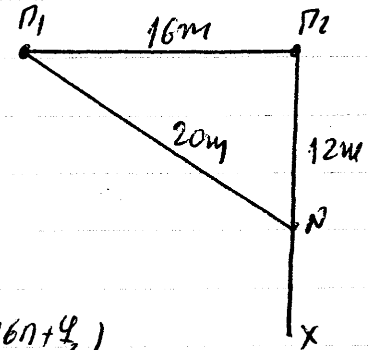
$α=-ω^2 y=-(100π)^2\,0{,}06 \Rightarrow α=-6\cdot10^3\ m/s^2$

Β) Αν $φ\neq0$ $y_{1M}=0{,}05ημ(100πt-10π)$ και $y_{2M}=0{,}05ημ(100πt-10π+φ)$

Ο φελλός εκτελεί σύνθεση κινήσεων με εξίσωση $y_M=y_{1M}+y_{2M}$

$y_M=0{,}10συν\frac{φ}{2}ημ(100πt-10π+\frac{φ}{2})$

Θέλουμε $A_M=0{,}05$ ή $0{,}10συν\frac{φ}{2}=0{,}05$ ή $συν\frac{φ}{2}=\frac{1}{2} \Rightarrow φ=\frac{2π}{3}$



Γ1) Αν $φ=0$

$Π_1N-Π_2N=20-12=8=4\cdot λ$

άρα ενίσχυση $\to A_N=0{,}10m$

Γ.2) $y_{1N}=0{,}05ημ(100πt-2π\frac{Π_1N}{λ}) \Rightarrow$

$y_{1N}=0{,}05ημ(100πt-20π)$

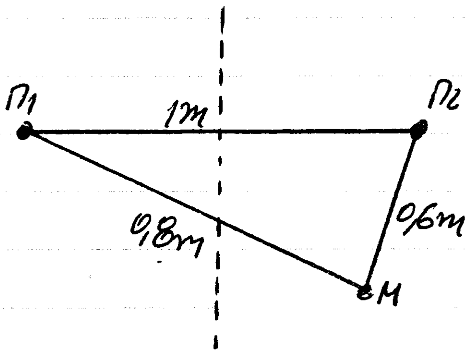
$y_{2N}=0{,}05ημ(100πt-12π+φ)$

$y_N=y_{1N}+y_{2N}=0{,}10συν(4π+\frac{φ}{2})ημ(100πt-16π+\frac{φ}{2})$

Για να υπάρξει ακινησία πρέπει $A_N=0{,}10συν(4π+\frac{φ}{2})=0$ →

$\sigma\upsilon\nu\frac{\varphi}{2}=0 \Rightarrow \frac{\varphi}{2}=k\pi+\frac{\pi}{2}$ ή $\varphi=(2k+1)\pi \Rightarrow \varphi_{min}=\pi$

12.3.63 Α) Σωστή η πρόταση (α)



$\Pi_1M-\Pi_2M=0{,}8-0{,}6\neq k\lambda$

$A_M=\left|2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{\Pi_1M-\Pi_2M}{2\lambda}\right|=\left|2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{0{,}2}{2\cdot 0{,}3}\right|=A$

Ενέργεια αφού κάθε κύμα $E=\frac{1}{2}DA^2$

Ενέργεια σώματος ταλάντωσης $E'=\frac{1}{2}DA_M^2$

$\Rightarrow E'=\frac{1}{2}DA^2=E \Rightarrow E'=8\cdot10^{-3}J$

Β) $E=\frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow 8\cdot10^{-3}=\frac{1}{2}m\omega^2A^2 \Rightarrow 8\cdot10^{-3}=\frac{1}{2}10^{-3}\cdot10^4A^2 \Rightarrow A=0{,}04m$

$D=m\omega^2=10^{-3}\cdot(10^2)^2 \Rightarrow D=10N/m$

$y_M=2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi(r_1-r_2)}{2\lambda}\eta\mu\left(100t+2\pi\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right) \Rightarrow y_M=0{,}08\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3}\eta\mu\left(100t+\frac{14\pi}{3}\right)$

$\Rightarrow y_M=-0{,}04\eta\mu\left(100t+\frac{14\pi}{3}\right) \Rightarrow y_M=0{,}04\eta\mu\left(100t+\frac{17\pi}{3}\right)$ (SI)

Για $t=\frac{11\pi}{600}s$ έχουμε $y_M=-0{,}04m$

$U=\frac{1}{2}Dy_M^2=\frac{1}{2}\cdot10\cdot(-0{,}04)^2 \Rightarrow U=8\cdot10^{-3}J$

$K=E-U \Rightarrow K=0$.

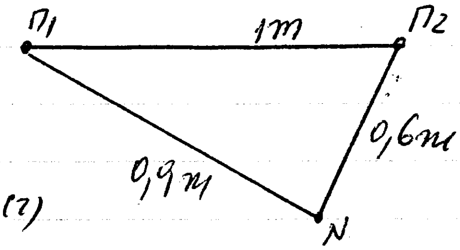
Γ) $\Pi_1P-\Pi_2P=(2k+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x-(1-x)=(2k+1)\frac{0{,}3}{2}$

$\Rightarrow 2x-1=0{,}3k+0{,}15 \Rightarrow x=0{,}15k+0{,}575$ (1)

$0\le x\le 1 \Rightarrow 0\le 0{,}15k+0{,}575\le 1$ ή $-3{,}83\le k\le 3{,}83$

$\Rightarrow k=-3,-2,-1,0,1,2$. Με αντικατάσταση στη σχέση (1) βρίσκουμε σε ποιές θέσεις ο φελλός είναι ακίνητος

Δ) $\Pi_1N-\Pi_2N=(2k+1)\frac{\lambda'}{2} \Rightarrow$



$0{,}3=(2k+1)\frac{v}{2f'} \Rightarrow f'=(2k+1)\frac{v}{0{,}6}$ (1)

$v=\lambda f \Rightarrow v=\lambda\frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow v=0{,}3\frac{100}{2\pi} \Rightarrow v=\frac{15}{\pi}m/s$ (2)

$\omega'=2\pi f' \xrightarrow{1,2} \omega'=2\pi\cdot(2k+1)\frac{15/\pi}{0{,}6} \Rightarrow \omega'=(2k+1)\cdot 50$

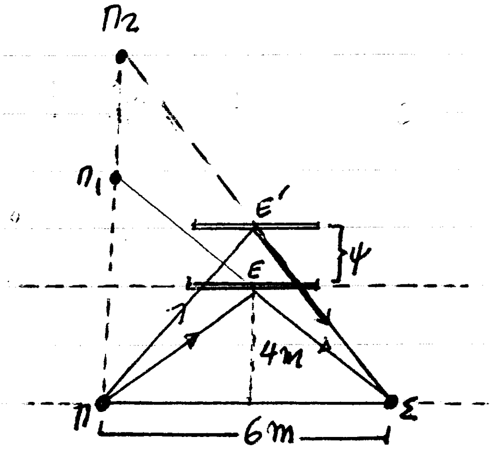
άρα $\omega'_{min}=50\ rad/s$

12.3.64 (βλέπε 12.3.8)

Στο παρακάτω σχήμα

$\Pi_1\Sigma = \sqrt{\Pi\Pi_1^2 + \Pi\Sigma^2} = \sqrt{8^2+6^2} = 10m$

$\Pi_2\Sigma = \sqrt{\Pi\Pi_2^2 + \Pi\Sigma^2} = \sqrt{(8+2\psi)^2+36}$



α) $v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = 1,6\,m$

β) $A' = 0$ (απόσβεση), $A' = 2A = 3cm$ ενίσχυση

*γ) Αρχικά έχουμε απόσβεση $\Pi E\Sigma - \Pi\Sigma = (2\kappa+1)\frac{\lambda}{2}$

$\Rightarrow \Pi_1\Sigma - \Pi\Sigma = \kappa\lambda + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 10 - 6 = \kappa\lambda + \frac{\lambda}{2}$

$\Rightarrow 4 = \kappa \cdot 1,6 + 0,8 \Rightarrow \kappa = 2$

Μετά την μετατόπιση του ανακλαστήρα κατά ψ έχουμε την επόμενη (κ+1) ενίσχυση

$\Pi E'\Sigma - \Pi\Sigma = (\kappa+1)\lambda \Rightarrow \Pi_2\Sigma - \Pi\Sigma = \kappa\lambda + \lambda \Rightarrow$

$\sqrt{(8+2\psi)^2+36} - 6 = 2 \cdot 1,6 + 1,6 = 4,8 \Rightarrow \psi = 0,49m$

*γ. (βλ. 12.3.2) $\Delta\varphi = 2\pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda}$

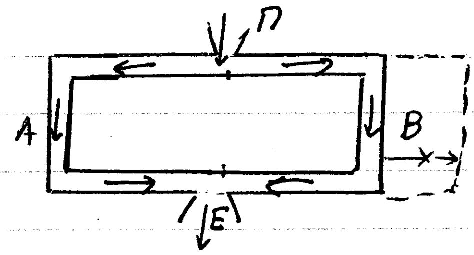
Στην πρώτη περίπτωση στην απόσβεση έχουμε $r_1 - r_2 = (2\kappa+1)\frac{\lambda}{2} = \frac{5\lambda}{2}$

άρα $\Delta\varphi = 2\pi \frac{5\lambda/2}{\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi = 5\pi$

Στη δεύτερη περίπτωση στην ενίσχυση έχουμε $r_1 - r_2 = (\kappa+1)\lambda = 3\lambda$, άρα $\Delta\varphi = 2\pi \frac{3\lambda}{\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi = 6\pi$

12.3.65 (βλέπε 12.3.9)

$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340 m/s}{680 Hz} \Rightarrow \lambda = 0,5m$



α) $\Pi B E - \Pi A E = (2\kappa+1)\frac{\lambda}{2} = \kappa\lambda + \frac{\lambda}{2}$

$\Pi B E + 2x - \Pi A E = (\kappa+1)\lambda = \kappa\lambda + \lambda$

$2x = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow x = 0,125m$

β) $\left.\begin{aligned} \Pi B E - \Pi A E &= (2\kappa+1)\frac{\lambda}{2} = \kappa\lambda + \lambda/2 \\ \Pi B E + 2x - \Pi A E &= [2(\kappa+1)+1]\frac{\lambda}{2} = \kappa\lambda + \frac{3\lambda}{2} \end{aligned}\right\}$ με αφαίρεση κατά μέλη

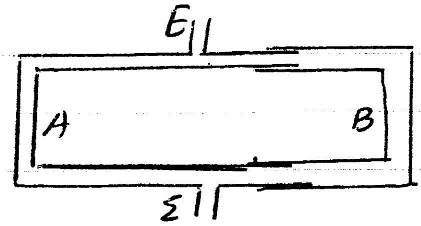
$2x = \lambda \Rightarrow x = 0,250m$

γ) $\Pi B E - \Pi A E = (2\kappa+1)\frac{\lambda}{2} = \kappa\lambda + \lambda/2$

$\Pi B E + 2x - \Pi A E = [2(\kappa+5)+1]\frac{\lambda}{2} = \kappa\lambda + 11\lambda/2$

$2x = 10\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = 1,25m$

12.3.66 (βλέπε και 12.3.9)



$v=\lambda f \Rightarrow \lambda=\frac{v}{f} \Rightarrow \lambda=\frac{340}{850} \Rightarrow \lambda=0,40m$

α) Επειδή ΕΑΣ − ΕΒΣ = 0 έχουμε την πρώτη ενίσχυση

β.1) Αρχικά ΕΑΣ = ΕΒΣ (ενίσχυση)

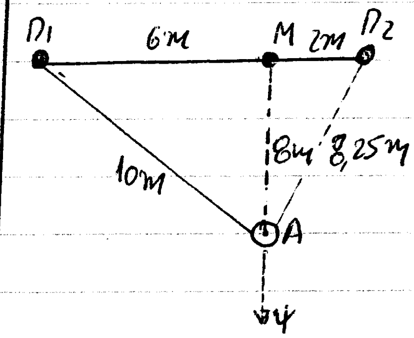
1η απόσβεση: $\cancel{EB\Sigma}+2x_1-\cancel{EA\Sigma}=(2k+1)\frac{\lambda}{2} \xrightarrow{k=0} 2x_1=\frac{\lambda}{2}$ ή $x_1=\frac{\lambda}{4}$ ή $x_1=0,10m$

2η απόσβεση: $\cancel{EB\Sigma}+2x_2-\cancel{EA\Sigma}=(2k+1)\frac{\lambda}{2} \xrightarrow{k=1} 2x_2=3\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x_2=3\frac{\lambda}{4}$ ή $x_2=0,30m$

β.2) 1η ενίσχυση $\cancel{EB\Sigma}+2x_1'-\cancel{EA\Sigma}=k\lambda \xrightarrow{k=1} 2x_1'=\lambda$ ή $x_1'=\lambda/2$ ή $x_1'=0,20m$

2η ενίσχυση $EB\Sigma+2x_2'-EA\Sigma=k\lambda \xrightarrow{k=2} 2x_2'=2\lambda$ ή $x_2'=\lambda$ ή $x_2'=0,40m$

12.3.67



$\Pi_1A=\sqrt{\Pi_1M^2+MA^2}=10m$

$\Pi_2A=\sqrt{\Pi_2M^2+MA^2}=\sqrt{68}=8,25m$

A) $\Pi_1A-\Pi_2A=(2k+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 10-8,25=(2k+1)\frac{v}{2f} \Rightarrow$

$\Rightarrow f=(2k+1)\frac{350}{2\cdot 1,75}$ ή $f=(2k+1)\cdot 100$ Hz

Άρα η Ερη δεν αντιλαμβάνεται ήχο για τα περιττά πολ/σια των 100Hz.

B) Για $f=100Hz \Rightarrow \lambda=\frac{v}{f}=\frac{350}{100}=3,5m \Rightarrow \lambda=3,5m$

α) $\Pi_1M-\Pi_2M=6-2=4$. Η διαφορά αυτή δεν είναι ούτε περιττό πολ/σιο του $\lambda/2$, $\Pi_1M-\Pi_2M\neq(2k+1)\lambda/2$ ούτε ακέραιο πολ/σιο του λ, $\Pi_1M-\Pi_2M\neq k\lambda$ άρα δεν έχουμε ούτε απόσβεση ούτε ενίσχυση ήχου αλλά: ήχο ενδιάμεσης έντασης

Σωστή η πρόταση (iii)

β) Έστω σημείο Ρ ($\Pi_1P=x$) για το οποίο έχουμε ενίσχυση ήχου

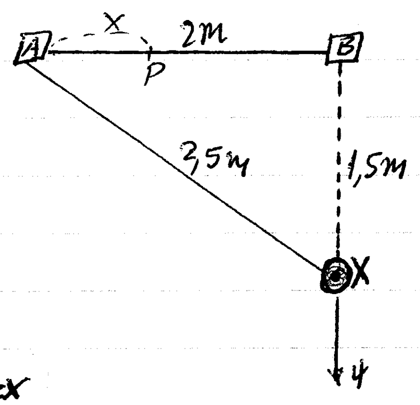
$\Pi_1P-\Pi_2P=k\lambda \Rightarrow x-(8-x)=k\cdot 3,5$ ή $x=1,75k+4$ (1)

$0\le x\le 8 \Rightarrow 0\le 1,75k+4\le 8$ ή $-4\le 1,75k\le 8$ ή $-2,28\le k\le 2,28$

$\Rightarrow k=-2,-1,0,1,2$.

Άρα έχουμε πέντε μέγιστα ήχου στις θέσεις $x=1,75k+4$

$x=0,50m$ — $2,25m$ — $4m$ — $5,75m$ — $7,50m$



12.3.68

α) $AX - BX = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$

$2,5 - 1,5 = (2k+1)\frac{v}{2f} \Rightarrow f = (2k+1)170Hz$

Άρα ο χρήστης δεν ακούει ήχο για όλα τα περιττά πολ/σια του 170Hz

β) $v = \lambda f$ ή $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{170} = 2m$

Έστω σημείο P της AB για το οποίο $AP = x$ και για το οποίο έχουμε απόσβεση

$AP - PB = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ ή $x - (2-x) = (2k+1)\cdot 1$ ή $x = k+1,5$

$0 \le x \le 2 \Rightarrow 0 \le k+1,5 \le 2$ ή $-1,5 \le k \le 0,5$ άρα $k = -1, 0$

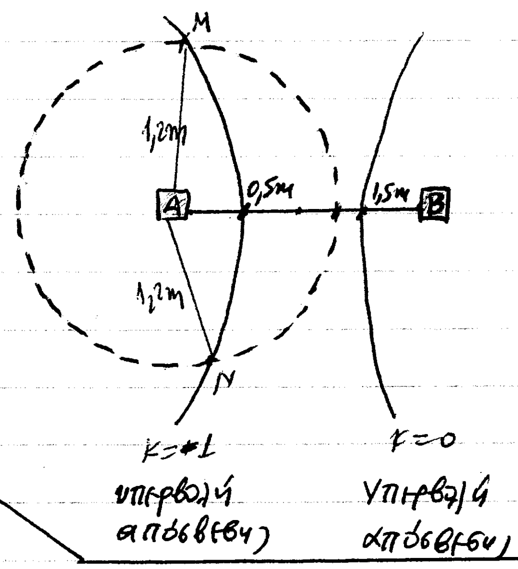
Ο χρήστης δεν ακούει ήχο στις θέσεις $x = 0,50m$ και $x = 1,50m$

γ) $MA - MB = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \xrightarrow{k=-1}$

$MA - MB = -\lambda/2 \Rightarrow MA - MB = -1$

$\Rightarrow 1,2 - MB = -1$ ή $MB = 2,2m$

Άρα δεν ακούει ήχο σε σημεία M, N που ο κύκλος (A, 1.2m) τέμνει την υπερβολή απόσβεσης που έχει $k=-1$



12.3.69 α) Δεν ακούγεται ήχος διότι τα ηχητικά κύματα φθάνουν με διαφορά φάσης $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ ή έχουν διαφορά αποστάσεων από τις πηγές $\Delta d = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

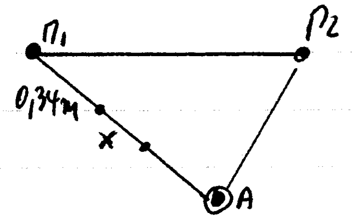
β) Αρχικά $\Pi_1A - \Pi_2A = (2k+1)\frac{\lambda}{2} = k\lambda + \frac{\lambda}{2}$ (1)

Μετά την μετακίνηση του ηχείου

$(\Pi_1A - 0,34) - \Pi_2A = k'\lambda$ (2)

Από (1), (2): $0,34 = (k-k')\lambda + \lambda/2$ ή

$0,34 = N\lambda + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 0,68 = (2N+1)\lambda \Rightarrow 0,68 = (2N+1)\frac{v}{f} = (2N+1)\frac{340}{f}$



$\Rightarrow f = (2N+1)500\ Hz$, $400 \le f \le 800$ ή $400 \le (2N+1)500 \le 800$

$\Rightarrow 0{,}8 \le 2N+1 \le 1{,}6$ ή $-0{,}1 \le N \le 0{,}3 \rightsquigarrow N=0$

άρα $f=(2N+1)500Hz \rightarrow f=500Hz$

γ) $\left.\begin{array}{l}(\Pi_1 A-0{,}34)-\Pi_2 A=\kappa'\lambda \\ (\Pi_1 A-0{,}34-x)-\Pi_2 A=(\kappa'-1)\lambda=\kappa'\lambda-\lambda\end{array}\right\}$ αφαίρεση κατά μέλη

$x=\lambda$ ή $x=\frac{v}{f}$ ή $x=\frac{340m/s}{500Hz}$ ή $x=0{,}68\,m$

13. Στάσιμα κύματα.

13.5.10 (Λ, Λ, Σ, Σ) 13.5.11 (Λ, Λ, Σ, Σ) 13.5.12 (Σ, Σ, Σ, Σ)

13.5.13 (Σ, Λ, Λ, Σ) 13.5.14 (Σ, Λ, Λ, Λ) 13.5.15 A(Λ,Λ,Σ,Λ) B(Λ,Λ,Λ,Σ)

13.5.16 A(Σ, Λ, Λ, Λ) — B(Λ, Λ, Λ, Σ) 13.5.17 (Λ, Λ, Λ, Σ)

13.5.18 (Λ, Λ, Σ, Σ) 13.5.19 (Λ, Σ, Σ, Σ) 13.5.20 (Λ, Λ, Σ, Λ)

13.5.21 βλ. θεωρία

13.5.22 Α) πλάτος κοιλίας $A_\kappa=2A=3cm$, μήκος διαδρομής κοιλίας $S_\kappa=4A_\kappa=12cm$

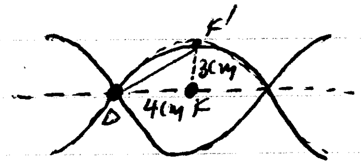
Σωστή η πρόταση (δ)

Β) $\Delta y_{max}=2A_\kappa=6cm$ (κοιλία)

Γ) Σωστή η πρόταση Γ2 (κοιλίες)

13.5.23 $\omega=100\pi \Rightarrow f=50Hz$

$\frac{2\pi x}{\lambda}=\frac{\pi x}{8} \Rightarrow \lambda=16cm \Rightarrow \lambda/4=4cm$



Α) $\Delta x_{\Delta K}=\frac{\lambda}{4}=4cm$

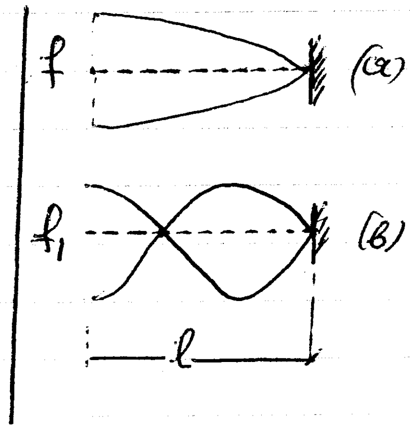
Σωστή η πρόταση (γ)

Β) Προσοχή(!) $S_{max}=(K'\Delta)$

$\left.\begin{array}{l}(KK')=A_\kappa=2A=3cm \\ (\Delta K)=4cm\end{array}\right\}$ $K'\Delta=\sqrt{KK'^2+\Delta K^2} \Rightarrow S_{max}=(K'\Delta)=5cm$

Σωστή η πρόταση (γ)

13.5.24



περίπτωση (α): $\left.\begin{array}{l}l=\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda=4l \\ v=\lambda f \Rightarrow f=\frac{v}{\lambda}\end{array}\right\} \Rightarrow f=\frac{v}{4l}$ (1)

περίπτωση (β): $\left.\begin{array}{l}l=3\frac{\lambda_1}{4}$ ή $\lambda_1=\frac{4l}{3} \\ f_1=\frac{v}{\lambda_1}\end{array}\right\} \Rightarrow f_1=\frac{3v}{4l}$ (2)

(1),(2) $\Rightarrow f_1=3f$. Σωστή η πρόταση (β)